УДК 681.3

АЛГОРИТМ МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УСТРОЙСТВ НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ ПОНИЖЕНИЯ ПОРЯДКА МОДЕЛЕЙ И КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ АППРОКСИМАЦИИ

Долинина Анастасия Александровна
магистрант кафедры вычислительная техника. ФГБОУ ВПО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
E-mail: Nastya.doly@gmail.com.

Ланцов Владимир Николаевич
доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой вычислительной техники. ФГБОУ ВПО «Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
E-mail: lantsov@vlsu.ru.
Адрес: 600000, г. Владимир, ул. Горького, 87.

Аннотация: В работе исследуются вопросы построения макромоделей и моделирования нелинейных систем с помощью методов понижения порядка моделей и методов кусочно-линейной аппроксимации нелинейных зависимостей. Приведены результаты моделирования ряда схем, подтверждающие работоспособность предложенных методов и алгоритмов.

Ключевые слова: аналоговые схемы, нелинейные системы, понижение порядка моделей, сингулярные числа, кусочно-линейная аппроксимация, моделирование.

В современных пакетах схемотехнического моделирования важную роль играют макромодели различных устройств и систем, позволяющие снизить размерность решаемой задачи и сократить вычислительные затраты.

Традиционный подход к построению макромоделей сложных блоков связан с рядом трудно формализуемых, зачастую ручных операций, основанных на понимании проектировщиком особенностей функционирования моделируемых блоков. В настоящее время имеется огромный интерес к автоматическому получению макромоделей схемных блоков, которое может потребовать минуты вместо месяцев ручной работы.

Одним из путей замены сложного схемотехнического блока более простым может служить применение методов понижения порядка модели (редукции модели) [1]. Основная цель всех методов понижения порядка состоит в проекции высокоразмерной задачи (размерность n) в подпространство значительно меньшее по размерности (размерность k, $k << n$).

Пусть линейная система описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений вида

$$E\frac{dx}{dt} = Ax(t) + Bu(t), \quad y(t) = Cx(t), \qquad (1)$$

где $x(t) \in R^n$ - вектор внутренних состояний; $u(t) \in R^m$ - вектор входных воздействий; $y(t) \in R^p$ - вектор сигналов на выходе; $A \in R^{n\times n}$, $E \in R^{n\times n}$, $B \in R^{m\times m}$ и $C \in R^{p\times n}$ - матрицы [1].

Эта система может быть сокращена к размерности k с помощью матрицы преобразований (проекционный базис) $V \in R^{n\times k}$ через операцию $x = Vz, z \in R^k$ так, что

$$\hat{E} = V^T EV \quad \hat{A} = V^T AV \quad \hat{B} = V^T B \quad \hat{C} = CV \, . \qquad (2)$$

Это приведет к сокращенной модели:

$$\hat{E}\frac{dz}{dt} = \hat{A}z(t) + \hat{B}u(t), \quad y = \hat{C}z(t). \qquad (3)$$

Существуют различные методы для определения проекционного базиса V. Наиболее известными являются две группы: методы на основе сингулярного разложении матрицы и методы на основе проекции в подпространство Крылова.

Методы понижения порядка для линейных систем к настоящему времени хорошо отработаны и имеются в программном обеспечении систем автоматизированного проектирования схем.

В данной работе исследуются алгоритмы построения нелинейных макромоделей.

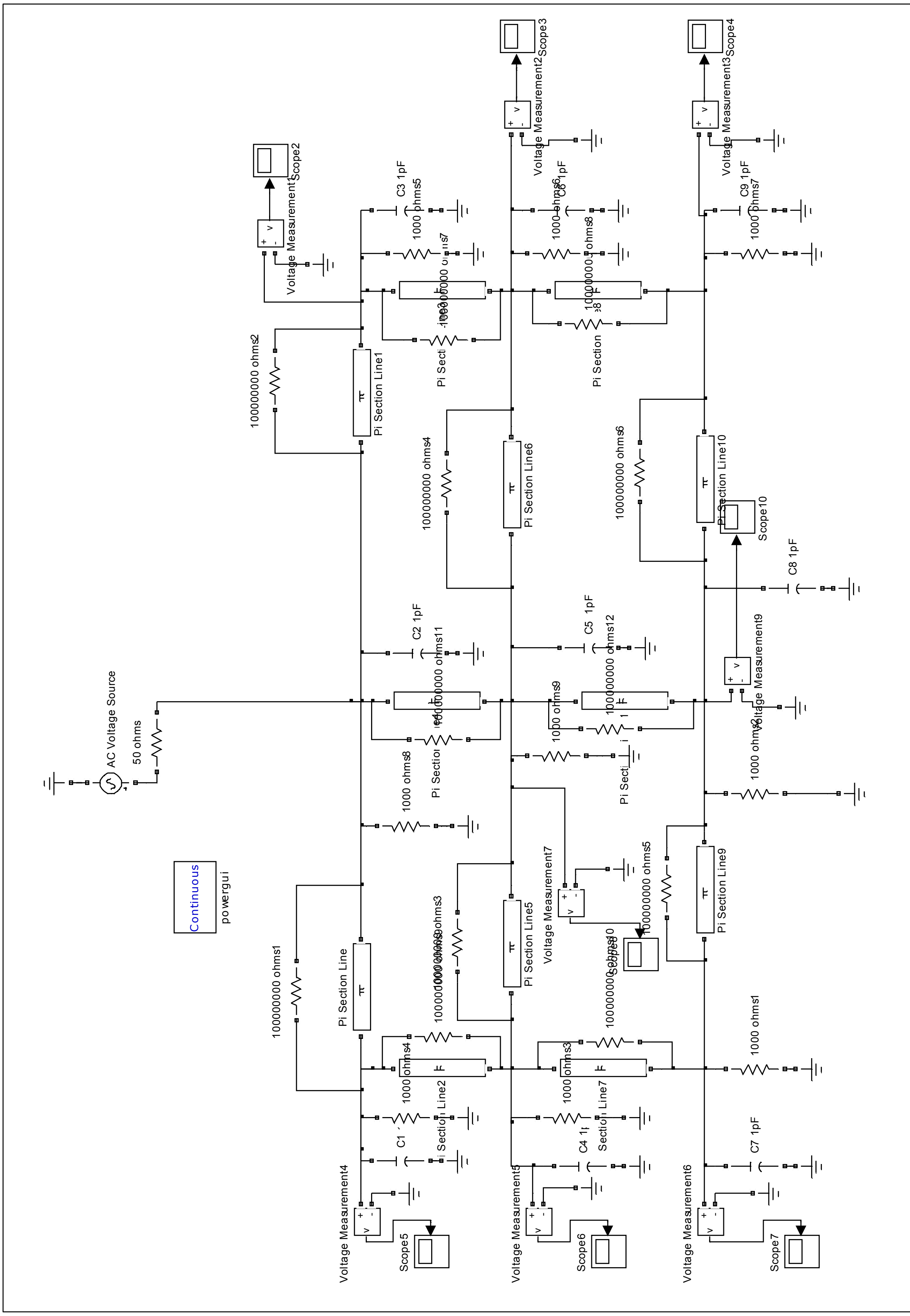

Рис. 1. Модель устройства в Simulink

В качестве метода понижения порядка линейной системы выбран алгоритм сингулярного разложения, в котором возможно контролировать погрешности аппроксимации. Здесь любая матрица M размерности $m \times n$, элементы которой — комплексные числа, может быть представлена в следующем виде, называемом сингулярным разложением матрицы M:

$$M = U \Sigma V^*, \quad (4)$$

где U — унитарная матрица размерности $m \times m$; Σ — диагональная матрица размерности $m \times n$ с неотрицательными вещественными числами на диагонали; V — унитарная матрица размерности $n \times n$; V^* — транспонированная матрица размерности $n \times n$.

Элементы Σ_{ij} на диагонали матрицы Σ называются сингулярными числами матрицы *M*, которые обычно располагаются по убыванию и однозначно определяются по матрице *M*. Можно заменить нулями все диагональные элементы, кроме k наибольших значений, контролируя погрешность по норме разности матриц M и M_k, где

$$M_k = U_k \Sigma_k V_k^*. \quad (5)$$

Рассмотрим пример понижения порядка модели линейной системы на специально подобранной схеме из микрополосковых линий с одним входом и восемью выходами. Выбор схемы обусловлен тем, что длинная линия в системе моделирования Matlab представляется секционированной pi-моделью и варьируя число секций удобно управлять общей сложностью устройства. Описание устройства (рис. 1) произведено в подсистеме Simulink.

Порядок (размерность) исходной системы равен 189. То есть размерности матриц исходной системы следующие: *A*(189x189), *B*(189x1), *C*(8x189), *D*(1x8). На рис. 2 представлены сингулярные значения исходной системы.

Из рисунка видно, что все значащие сингулярные значения расположены в пределах от 1 до 82. Поэтому мы можем понизить порядок исходной системы, например до 90. Переходная характеристика исходной, уменьшенной и восстановленной (в базисе переменных x) моделей представлены на рис. 3.

Как видно, графики исходной и уменьшенной (и восстановленной) моделей практически совпадают, т.е. поведение уменьшенной (и

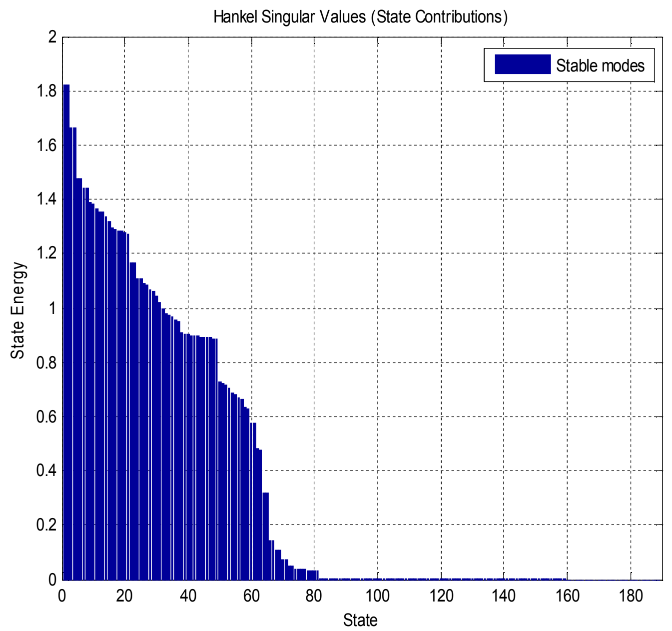

Рис. 2. Сингулярные значения исходной системы

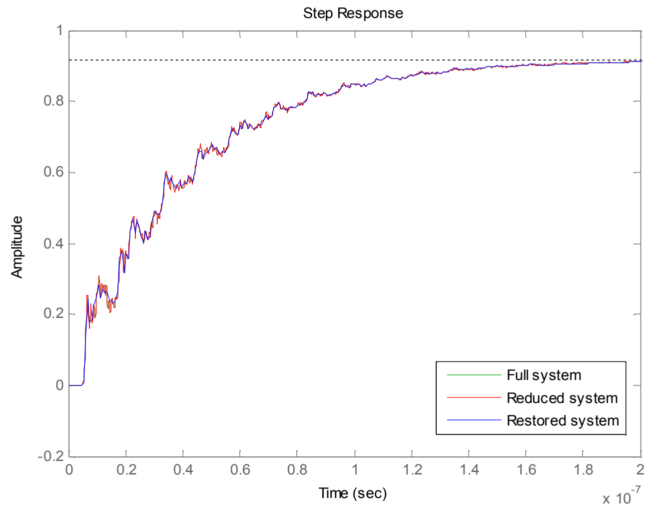

Рис. 3. Переходная характеристика

восстановленной) модели близко к исходной. Размерности матриц уменьшенной системы следующие: *Ar*(90x90), *Br*(90x1), *Cr*(8x90), *D*(1x8).

Теперь рассмотрим нелинейную систему порядка N

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[q(x)\right] = f(x) + bu, \quad y = c^T x, \qquad (6)$$

где $x \in R^N$ - вектор состояний; f и q - нелинейные векторные функции; b - $N \times M$ матрица размерности $N \times M$; $u \in R^M$ - вектор входных воздействий; c - матрица размерности $N \times K$; $y \in R^K$ - вектор выходных значений.

Можно заменить нелинейные функции кусочно-линейной аппроксимацией в виде

$$f(x) \approx \sum_i A_i x + k_i, \qquad (7)$$

$$q(x) \approx \sum_i E_i x + h_i, \qquad (8)$$

где $A_i = \frac{\partial f(x)}{\partial x}\Big|_{x_i}$,

$$E_i = \frac{\partial q(x)}{\partial x}\Big|_{x_i}, \; k_i = f(x_i) - A_i x_i, \; h_i = q(x_i) - E_i x_i .$$

Предлагается следующий алгоритм построения макромодели и её анализа, в котором сочетаются метод сингулярного разложения для понижения размерности линейной части системы, метод кусочно-линейной аппроксимации нелинейных зависимостей и метод сглаживающей весовой функции для формирования макромодели [2]:

1. С помощью анализ переходного процесса исходной системы (6) при различных входных воздействиях (обучающих сигналах) получаем набор k линейных моделей с соответствующими точками линеаризации x_i.

2. Для каждой i линеаризованной модели получаем ортонормированную проекционную матрицу (матрицу преобразований) V.

3. Проецируем матрицы линейных систем и точки линеаризации:

$$E_r = U^T E V, \quad K_r = U^T K, \quad Br = U^T B,$$

$$Ar = U^T A V, \quad x0r = V^T x0, \quad Cr = V^T C.$$

Получаем сокращённую модель вида набора кусочно-линейных функций, которые сглаживаем весовой функцией:

$$\dot{z} = \sum_{j=1}^{k} w_j(z)\hat{A}_j z + \hat{B}(z)u \, . \qquad (9)$$

Здесь w_j - весовые сглаживающие функции, $\sum_j w_j = 1$. Примеры выбора сглаживающих весовых функций приведены в работах [3, 4].

В качестве тестового примера рассмотрим нелинейную аналоговую схему, представленную на рис. 4 [4].

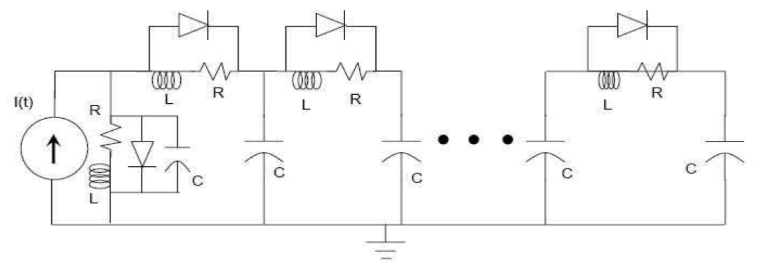

Рис. 4. Нелинейная аналоговая схема

Исходная система имеет размерность *N*=200, и обучается комбинацией синусоидальных сигналов по выражениям (8).

Корректность полученной модели тестируется сигналами по выражениям (9)

$$\begin{aligned} &i1(t) = (0{,}7 \cdot \sin(1{,}9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot pi \cdot t)) + \\ &+ 0{,}2 + (0{,}98 \cdot \sin(1{,}1 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot pi \cdot t)) + 0{,}16; \\ &i2(t) = (0{,}84 \cdot \sin(3 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot pi \cdot t + 0{,}942)) + 0{,}04 + \\ &+ (0{,}56 \cdot \sin(2{,}4 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot pi \cdot t + 1{,}57)) + 0{,}24; \\ &i3(t) = (1{,}05 \cdot \sin(1{,}5 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot pi \cdot t + 0{,}628)) + 0{,}08 + \\ &+ (0{,}42 \cdot \sin(1{,}6 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot pi \cdot t + 2{,}198)) + 0{,}12. \end{aligned} \qquad (10)$$

$$\begin{aligned} &i1(t) = (0{,}77 \cdot \sin(2{,}75 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot pi \cdot t + 0{,}628)) + 0{,}2 + \\ &+ (0{,}84 \cdot \sin(1{,}6 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot pi \cdot t + 2{,}826)) + 0{,}12; \\ &i2(t) = (0{,}56 \cdot \sin(1{,}9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot pi \cdot t)) + 0{,}16 + \\ &+ (0{,}91 \cdot \sin(2{,}3 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot pi \cdot t + 1{,}256)) + 0{,}14. \end{aligned} \qquad (11)$$

Сингулярное разложение набора вектора переменных состояния системы выглядит следующим образом (рис. 5).

Порядок каждой линеаризованной исходной системы понизим до 15. Функции напряжения от времени на выходе исходной и уменьшенной моделей, относительные ошибки и абсолютная ошибка выходной характеристики представлены на рис. 6.

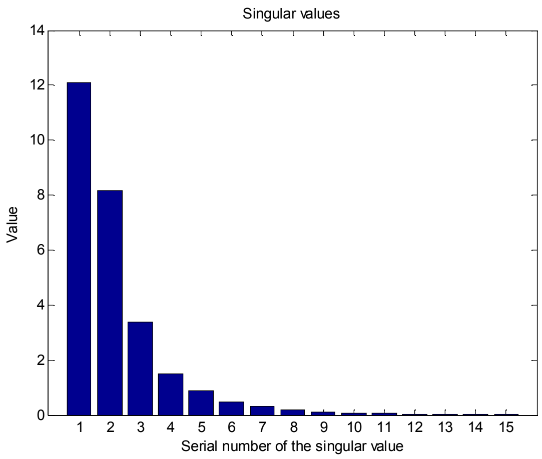

Рис. 5. Сингулярное разложение множества состояний системы

В результате сокращенная модель нелинейного устройства представлена набором 410 линейных моделей порядка q=15, сглаженных весовой функцией.

Несмотря на очевидный прогресс применения методов понижения порядка моделей электронных устройств, остаётся ряд проблем, связанных с отсутствием на настоящий момент универсальных реализаций. Интерес к данной тематике обусловлен трудностями при создании адекватных макромоделей сложных нелинейных смешанных функциональных блоков.

Таким образом, существует необходимость дальнейших исследований в направлении разработки методов и алгоритмов понижения порядка моделей устройств большой размерности.

Литература

1. *Ланцов В.Н.* Методы понижения порядка моделей сложных электронных схем (обзор) / Радиотехнические и телекоммуникационные системы, 2012, № 3. С. 59-65.

2. *Долинина А.А.* Методы понижения порядка модели устройств / Труды 5-й Всероссийская межвузовская научно-практическая конференция «Актуальные проблемы информатизации в науке, образовании и экономике – 2012», Москва-Зеленоград, МИЭТ, 2012, с. 97-98.

3. *Bond B.*, *Daniel L.* Stable Reduced Models for Nonlinear Descriptor Systems through Piecewise-Linear Approximation and Projection / IEEE Trans. on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 2009, v. 26. No. 12. Зр. 2116–2129.

4. *Rewienski M.*, *White J.* A trajectory piecewise-linear approach to model order reduction and fast simulation of nonlinear circuits and micromachined devices / IEEE Trans. Comput.-Aided Design Integr. Circuits Syst., 2003, vol. 22. No. 2. Pp. 155–170.

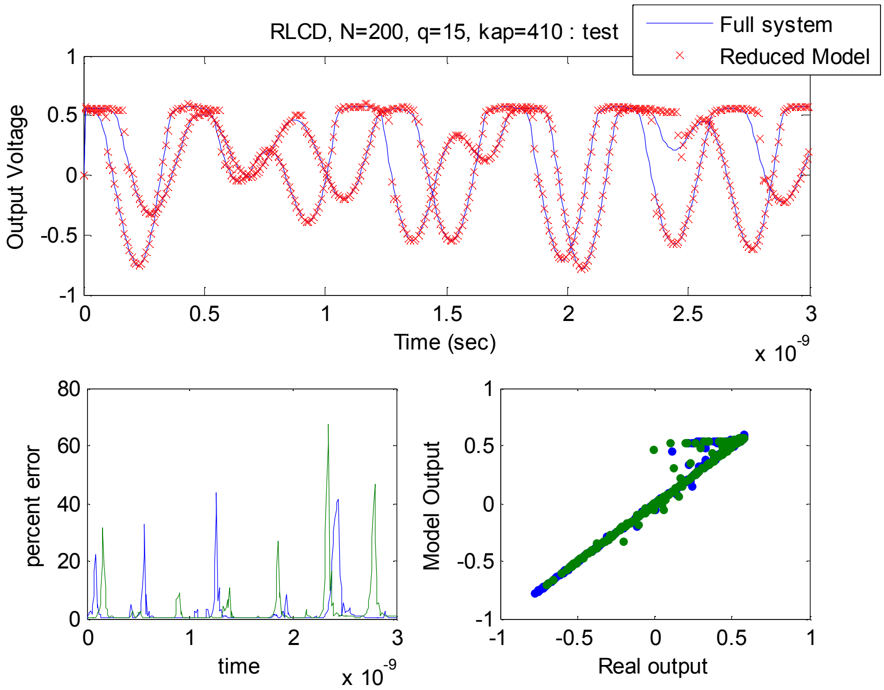

Рис. 6. Сравнительный график напряжения на выходе исходной и уменьшенной моделей

Работа выполнена в рамках государственного контракта по госзаданию вуза.
Поступила 06 июня 2014 г.

English

Algorithm of simulation of nonlinear devices on the basis of reduced oder model methods and piecewise linear approximation

Anastasiya Aleksandrovna Dolinina – Master Department of Computer Engineering Federal state budgetary educational institution of higher professional education "Vladimir State University named after Alexander Grigoryevich and Nickolay Grigoryevich Stoletov".
E-mail: Nastya.doly@gmail.com.
Vladimir Nikolaevich Lantsov – Doctor in Engineering, Professor Head of Department of Computer Engineering Federal state budgetary educational institution of higher professional education "Vladimir State University named after Alexander Grigoryevich and Nickolay Grigoryevich Stoletov".
E-mail: lantsov@vlsu.ru.
Address: 600000, Vladimir, ulitsa Gorkogo, 87.

Abstract: At present there are no efficient methods for automatic generation of reduced order models for systemic level of simulation on the detailed schematic specification and simulation of analogue circuits. The researches performed over the last ten years on automatic obtaining of abbreviated models, led to the progress for linear problems, but these methods are difficult for apply to the non-linear problems connected to non-linear circuits and devices. The problems of development of macro models and simulation of nonlinear systems by means of methods of reduced order model methods and methods of piecewise linear approximation of nonlinear dependences are considered in the paper. The algorithms of automatic obtaining of macro models of nonlinear schematic units are suggested. At first we approximate nonlinear system by a set of linear models received by piecewise linear presentation of nonlinear system in the points of the trajectory obtained through of the system analysis on training signals. Each of these linear models then is projected, using the method of singular values into the subspace of a smaller size that leads to the order reduction of nonlinear system. The final model is obtained through linear models by means of usage of weight flattening function. The results of simulation of a number of circuits testifying efficiency of the suggested methods and algorithms are given.

Key words: analogue circuits, nonlinear systems, model order reduction, singular figures, piecewise linear approximation, simulation.

References

1. *Lantsov V.N.* Methods of order reduction of models of complex electronic circuits (review). Radiotehnicheskie i telekommunikacionnye sistemy, 2012, № 3, p. 59-65.
2. *Dolinina A.A.* Methods of device models order reduction//Works of the 5th All-Russia interuniversity scientific - practical conference "Actual problems of informatization in science, education and economics - 2012», Moscow-Zelenograd, MIET, 2012, p. 97-98.
3. *Bond B.*, *Daniel L.* Stable Reduced Models for Nonlinear Descriptor Systems through Piecewise-Linear Approximation and Projection. IEEE Trans. on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 2009, v. 26, No. 12, pp. 2116-2129.
4. *Rewienski M.*, *White J.* A trajectory piecewise-linear approach to model order reduction and fast simulation of nonlinear circuits and micromachined devices. IEEE Trans. Comput. - Aided Design Integr. Circuits Syst., 2003, vol. 22, no. 2, pp. 155-170.