

## КАЛИБРОВКА ЦИФРОВЫХ ТРЕХОСНЫХ MEMS АКСЕЛЕРОМЕТРОВ ПО ШЕСТИ ОРТОГОНАЛЬНЫМ ПОЛОЖЕНИЯМ

**Холопов Иван Сергеевич**

кандидат технических наук, доцент

ФГБОУ ВПО «Рязанский государственный радиотехнический университет».

*E-mail:* kholopov.i.s@rsreu.ru.

*Адрес:* 390005, г. Рязань, ул. Гагарина, д. 59/1.

**Аннотация:** Рассмотрен алгоритм калибровки трехосных MEMS акселерометров с шестью фиксированными калибровочными положениями, в каждом из которых проекция вектора ускорения свободного падения на две оси сенсора равна нулю. Результаты эксперимента с откалиброванными по рассмотренной методике MEMS датчиками MPU-9150 фирмы InvenSense и ADXL345 фирмы Analog Devices показали, что учет рассчитанных по данному алгоритму калибровочных параметров обеспечивает максимальную ошибку выставки не более  $0,8^\circ$  в диапазоне изменения углов крена и тангажа  $\pm 90^\circ$ .

**Ключевые слова:** MEMS акселерометр, псевдорешение, два-норма.

### Введение

MEMS датчики ускорения (акселерометры) широко используются в компактных бесплатформенных инерциальных навигационных системах мобильных объектов для определения крена и тангажа [1, 2]. Погрешность определения данных углов по сигналам трехосного акселерометра (ТОА) во многом зависит от точности определения его калибровочных коэффициентов.

Цель работы: исследование алгоритма оценки калибровочных параметров MEMS ТОА по критерию минимума два-нормы вектора невязки между показаниями ТОА при фиксированных положениях и вычисленными по его математической модели значениями.

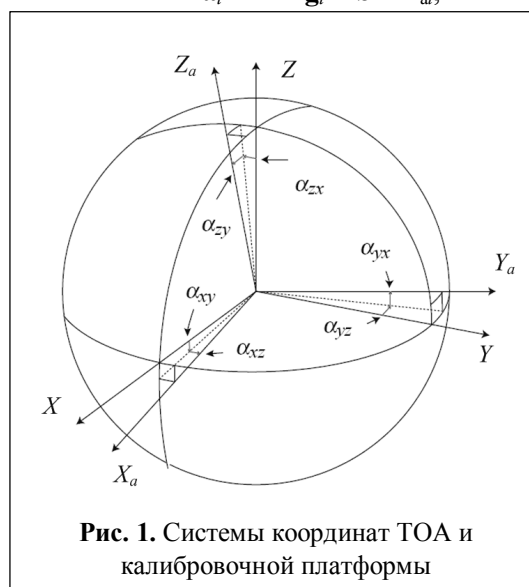
### Математическая модель сигналов цифрового трехосного MEMS акселерометра

Ошибки показаний ТОА возникают из-за трех основных факторов [3-6]:

- 1) наличие постоянного смещения;
- 2) «просачивание» сигнала из одного канала в другой, вызванное неколлинеарностью троек векторов, образующих две системы координат: связанную с калибровочной платформой  $OXYZ$  и связанную с ТОА  $OX_aY_aZ_a$  (рис. 1);
- 3) собственные фликер-шумы ТОА.

В [3-5] показано, что выходной сигнал ТОА в состоянии покоя может быть представлен выражением

$$\mathbf{a}_i = \mathbf{k}\mathbf{T}^{-1}\mathbf{g}_i + \mathbf{b} + \mathbf{n}_{ai}, \quad (1)$$



**Рис. 1.** Системы координат ТОА и калибровочной платформы

где  $\mathbf{a}_i = [a_{xi}, a_{yi}, a_{zi}]^T$  – вектор показаний акселерометра в момент времени  $i$ ,  $\mathbf{k} = \text{diag}[k_x, k_y, k_z]$  – диагональная матрица масштабных коэффициентов ТОА,

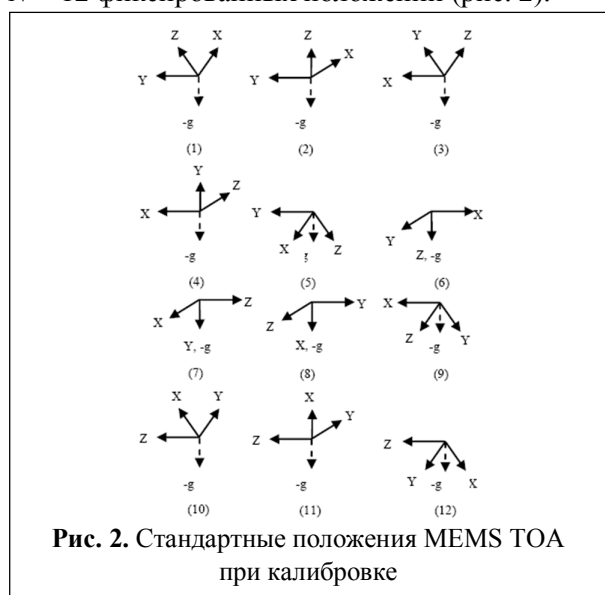
$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & -\alpha_{yz} & \alpha_{zy} \\ 0 & 1 & -\alpha_{zx} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{– матрица коррекции,}$$

$\mathbf{g}_i = [g_{xi}, g_{yi}, g_{zi}]^T$  – проекции вектора ускорения свободного падения на оси правой тройки векторов системы координат  $OX_aY_aZ_a$ , связанной с акселерометром,  $\mathbf{b} = [b_x, b_y, b_z]^T$  – вектор постоянных смещений,  $\mathbf{n}_{ai} = [n_{axi}, n_{ayi}, n_{azi}]^T$  – вектор собственных шумов ТОА.

Без учета шума  $\mathbf{n}_i$  систему уравнений (1), выполнив операции умножения матриц и векторов, можно переписать в виде:

$$\begin{aligned} a_{xi} &= b_x + k_x g_{xi} + \alpha_{yz} k_x g_{yi} - \\ &\quad - k_x g_{zi} (\alpha_{zy} - \alpha_{yz} \alpha_{zx}), \\ a_{yi} &= b_y + k_y g_{yi} + \alpha_{zx} k_y g_{zi}, \\ a_{zi} &= b_z + k_z g_{zi}. \end{aligned} \quad (2)$$

Как следует из (2), нахождение калибровочных параметров для оси Z требует минимум  $m = 2$ , а для осей Y и X – соответственно  $m = 3$  и  $m = 4$  измерений. При калибровке акселерометров принято [4] устанавливать их в  $N = 12$  фиксированных положений (рис. 2).



Для уменьшения погрешности оценивания принято выполнять усреднение калибровочных коэффициентов, найденных по числу сочетаний  $C_m^{12}$  [4]. В [5] для сокращения времени калибровки предлагается использовать только  $N = 6$  так называемых ортогональных положений: 2), 4), 6), 7), 8) и 11); в этом случае число сочетаний уменьшается до  $C_m^6$ , а погрешности измерения элементов диагональной матрицы масштабных коэффициентов  $\mathbf{k}$  и элементов вектора смещений  $\mathbf{b}$  увеличиваются, соответственно, не более чем на 0,21 % и 0,02 %.

Поскольку для  $N$  положений TOA уравнения (2) для каждой оси  $j = \{x, y, z\}$  представляют собой систему из  $N$  линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) вида

$$\mathbf{G}_j \mathbf{p}_j = \mathbf{a}_j,$$

где  $\mathbf{G}_x^{\langle \triangleright \rangle} = [1, g_{xl}, g_{yl}, g_{zl}]$ ,  $\mathbf{G}_y^{\langle \triangleright \rangle} = [1, g_{yl}, g_{zl}]$ ,  $\mathbf{G}_z^{\langle \triangleright \rangle} = [1, g_{zl}]$ ,  $l = \overline{1, N}$ ,  $\mathbf{p}_x = [b_x, k_x, k_x \alpha_{yz}, k_x (\alpha_{zy} - \alpha_{yz} \alpha_{zx})]^T$ ,  $\mathbf{p}_y = [b_y, k_y, k_y \alpha_{zx}]^T$ ,  $\mathbf{p}_z = [b_z, k_z]^T$ , а матрицы  $\mathbf{G}_x$ ,  $\mathbf{G}_y$  и  $\mathbf{G}_z$  размерности  $(N \times 4)$ ,  $(N \times 3)$  и  $(N \times 2)$  соответственно составляются из  $N$  векторов-строк  $\mathbf{G}_x^{\langle \triangleright \rangle}$ ,  $\mathbf{G}_y^{\langle \triangleright \rangle}$  и  $\mathbf{G}_z^{\langle \triangleright \rangle}$ , то линейным решением  $\tilde{\mathbf{p}}_j$ , минимизирующим два-норму вектора невязки  $\|\mathbf{G}_j \tilde{\mathbf{p}}_j - \mathbf{a}_j\|$ , является псевдо-решение

$$\tilde{\mathbf{p}}_j = \mathbf{G}_j^+ \mathbf{a}_j, \quad (3)$$

где  $\mathbf{G}_j^+ = (\mathbf{G}_j^T \mathbf{G}_j)^{-1} \mathbf{G}_j^T$  – псевдообратная матрица Мура - Пенроуза [7]. Из элементов вектора-столбца решений  $\tilde{\mathbf{p}}_j$ , в соответствии с принятыми обозначениями для осей Y и X, следует, что  $\hat{\alpha}_{zx} = \tilde{p}_{y3} / \tilde{p}_{y2}$ ,  $\hat{\alpha}_{yz} = \tilde{p}_{x3} / \tilde{p}_{x2}$ ,  $\hat{\alpha}_{zy} = \tilde{p}_{x4} / \tilde{p}_{x2} + \hat{\alpha}_{yz} \hat{\alpha}_{zx}$ .

### Термокомпенсация показаний MEMS TOA

Все MEMS датчики имеют низкую стабильность при изменении температуры, что, в первую очередь, выражается в изменении величины постоянного смещения  $\mathbf{b}$ . Для уменьшения температурной погрешности применяют методы термокомпенсации и термостатирования [8, 9]. К достоинствам термокомпенсации можно отнести готовность MEMS датчиков к работе сразу после включения и низкое потребление тока по сравнению с термостатированием [8].

Для компенсации температурного дрейфа постоянных смещений TOA можно воспользоваться зависимостью его показаний от температуры окружающей среды, применив полиномиальную аппроксимацию:

$$b_j(t) = b_j(t_0) + \sum_{s=1}^S k_{jts} (t - t_0)^s, \quad (4)$$

где  $b_j(t)$  – зависимость смещения по  $j$ -й оси TOA от температуры  $t$ ,  $j = \{x, y, z\}$ ;  $t_0$  – температура, при которой производится оценка параметров  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{k}$ ,  $\alpha_{yz}$ ,  $\alpha_{zy}$  и  $\alpha_{zx}$ ,  $k_{jts}$  – температурные коэффициенты при аппроксимации полиномом  $S$ -го порядка.

Как показывает практика, при  $S \geq 2$  для температурных коэффициентов большинства MEMS сенсоров справедливо неравенство

$$k_{ijs} < (10^{-3} \dots 10^{-2})k_{ij1},$$

поэтому приближенно можно считать зависимость (4) линейной [8]:

$$b_j(t) = b_j(t_0) + k_{ij1}(t - t_0). \quad (5)$$

Аппроксимации (4) и (5) не учитывают явления температурного гистерезиса [8, 9] и поэтому справедливы только для монотонного изменения температуры MEMS датчика.

Современные MEMS акселерометры с цифровым интерфейсом, как правило, имеют встроенный датчик температуры. Поэтому по результатам пары измерений для линейной аппроксимации (5) можно оценить температурный коэффициент

$$\hat{k}_{ij1} = [b_j(t_2) - b_j(t_1)] / (t_2 - t_1), \quad (6)$$

где  $b_j(t_1)$ ,  $b_j(t_2)$  и  $t_1$ ,  $t_2$  – соответственно смещения и температуры для первого и второго измерений.

Поскольку в каждый момент времени измерения ускорения производятся с ошибкой, желательно, как и калибровочные параметры  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{k}$ ,  $\alpha_{yz}$ ,  $\alpha_{zy}$  и  $\alpha_{zx}$ , оценивать  $\hat{k}_{ij1}$  не по двум измерениям, как в (6), а по переопределенной системе уравнений

$$\mathbf{T}_l \mathbf{p}_{lj} = \mathbf{a}_{lj},$$

с псевдорешением

$$\tilde{\mathbf{p}}_{lj} = (\mathbf{T}_l^T \mathbf{T}_l)^{-1} \mathbf{T}_l^T \mathbf{a}_{lj}, \quad (7)$$

где  $\mathbf{T}_l^{<l>} = [1, (t_l - t_0)]$ ,  $l = \overline{1, M}$ ,  $\mathbf{p}_{lj} = [b_{lj}, k_{ij1}]^T$ ,  $j = \{x, y, z\}$ ,  $\mathbf{a}_{lj} = \mathbf{a}_j - \mathbf{G}_j \mathbf{p}_{lj} + b_j$ , а матрица  $\mathbf{T}_l$  размерности  $(M \times 2)$  составляется из  $M$  векторов-строк  $\mathbf{T}_l^{<l>}$ ,  $t_0$  – температура, при которой начинается калибровка.

Алгоритм калибровки MEMS TOA по шести ортогональным положениям включает следующие этапы.

1. Плата с калибруемым TOA устанавливается на двух- или трехосную поворотную платформу (ПП), выставляемую по горизонту с использованием водного уровня.

2. В отличие от [4-6, 10], где калибровочные параметры вычисляются как усреднение  $C_m^6$  решений СЛАУ (2) с размерностью, равной раз-

мерности вектора неизвестных, калибровочные параметры TOA оцениваются по (3).

3. По (7) оцениваются температурные коэффициенты  $\hat{k}_{ij1}$  и  $b_{ij}$ ,  $j = \{x, y, z\}$ , для линейной аппроксимации (5). На время измерений TOA устанавливается в такое ортогональное положение, при котором вектор ускорения свободного падения коллинеарен оси чувствительности  $j$ .

4. Выполняется замена  $b_j$  на  $b_j(t)$  в (1).

### Результаты эксперимента

Оценка калибровочных параметров по рассмотренному алгоритму выполнялась для TOA ADXL345 фирмы Analog Devices и инерциального датчика с 9-ю степенями свободы MPU-9150 фирмы InvenSense на трехосной поворотной платформе (ПП), собранной из трех одноосных программно управляемых ПП 8MR191-28 с шаговыми двигателями фирмы Standa (рис. 3). Нижняя ПП выставлялась по горизонту с использованием трехосного водного уровня.

В управляющие регистры каждого TOA были записаны слова, обеспечивающие темп выдачи ускорения 100 Гц и пределы измерения  $\pm 4g$ .

Качество оценки калибровочных параметров оценивалось по погрешности определения углов Эйлера - Крылова (крена и тангажа) по сигналам TOA:

$$\psi_a = -\arctg(\hat{g}_x / \hat{g}_z),$$

$$\theta_a = \arctg[\hat{g}_y / (\hat{g}_z \cos \psi_a - \hat{g}_x \sin \psi_a)],$$

где в соответствии с (2)

$$\hat{g}_z = (a_z - b_z) / k_z,$$

$$\hat{g}_y = [a_y - (b_y + \alpha_{zx} k_y \hat{g}_z)] / k_y,$$

$$\hat{g}_x = \{a_x - [b_x + \alpha_{yz} k_x \hat{g}_y - k_x \hat{g}_z (\alpha_{zy} - \alpha_{yz} \alpha_{zx})]\} / k_x.$$

Калибровочные параметры  $\mathbf{k}$ ,  $\alpha_{yz}$ ,  $\alpha_{zy}$  и  $\alpha_{zx}$  были рассчитаны при температуре  $t_0 = 27,6^\circ\text{C}$  (по показаниям встроенного в MPU-9150 цифрового датчика температуры). Для оценки параметров  $\hat{k}_{ij1}$  и  $\mathbf{b}$  использовалось  $M = 6$  измерений температуры с шагом  $\Delta t \approx 5^\circ\text{C}$ . Результаты эксперимента, выполненного при температуре  $T = 16,2^\circ\text{C}$ , приведены в таблице.

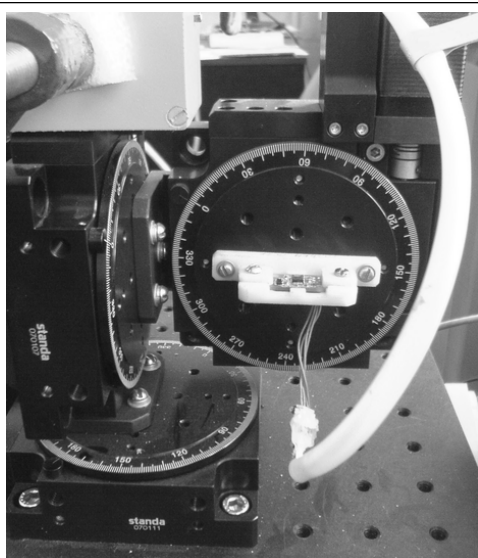


Рис. 3. Трехосная ПП с закрепленной на ней платой с MPU-9150

Таблица. Погрешность выставки по сигналам ТОА

Положение ПП: крен/тангаж, °	Погрешность измерения крена и тангажа: $\Delta\psi_a / \Delta\theta_a, ^\circ$	
	ADXL345	MPU-9150
0 / 90	-0,8/0,22	-0,47 / 0,45
-60 / 60	-0,56/ -0,66	-0,36 / 0,33
-30 / 30	-0,28 / -0,14	-0,18 / 0,12
0 / 0	0 / 0,22	-0,01 / 0,01
30 / -30	0,36 / 0,48	0,06 / -0,16
60 / -60	0,52 / 0,72	-0,19 / -0,24
90 / 0	0,61/ -0,34	-0,50 / -0,52

Таким образом, из приведенных численных значений следует, что для определения первоначального пространственного положения подвижных объектов (выставки) ошибка измерения угловых координат (крена и тангажа) по сигналам откалиброванных по рассмотренной методике трехосных MEMS акселерометров составляет не более  $0,8^\circ$ .

Большая погрешность оценивания углов Эйлера - Крылова по сигналам датчика ADXL345

Поступила 16 февраля 2015 г.

объясняется его меньшей разрешающей способностью: цена младшего разряда ADXL345 составляет  $4 \cdot 10^{-3}g$ , а MPU-9150 –  $2^{-12}g$ .

### Литература

1. Матвеев В.В., Распопов В.Я. Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем. – СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн ЦНИИ «Электроприбор», 2009. – 280 с.
2. Li D., Landry R. Jr., Lavoie P. Low-cost MEMS sensor-based attitude determination system by integration of magnetometers and GPS: a real-data test and performance evaluation // IEEE ION Plans 2008, Monterey, CA, USA, 2008. – P. 1190-1198.
3. Hung J.C., Thacher J.R., White H.V. Calibration of accelerometer triad of an IMU with drifting Z-accelerometer bias // Proceedings of the IEEE Aerospace and Electronics Conference NAECOM-1989. – Vol. 1. – Pp. 153-158.
4. Kong X. Inertial navigation system algorithms for low cost IMU. – Sydney, 2000. – 178 p.
5. Kian S.T., Awad M., Dehghani A., Zahedi S. Triaxial accelerometer static calibration // Proceedings of the World Congress on Engineering. July 6 - 8, 2011, London, U.K. 2011. – Vol. III. – WCE 2011.
6. Artese G., Trecroci A. Calibration of a low cost MEMS INS sensor for an integrated navigation system // The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. Vol. XXXVII. Part B5. – Beijing, 2008. – Pp. 877-882.
7. Беклемишев Д.В. Дополнительные главы линейной алгебры. – М.: Наука. Главная редакция физ.-мат. литературы, 1983. – 336 с.
8. Попова И.В., Моисеев Н.В., Некрасов Я.А., Семенов А.А. Термостатирование микромеханических инерциальных датчиков // Нано- и микросистемная техника. – 2001. – № 5. – С. 22-24.
9. Джашитов В.Э., Панкратов В.М. Математические модели теплового дрейфа гироскопических датчиков инерциальных систем. – СПб.: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2001. – 150 с.
10. Холопов И.С. Алгоритм упрощенной калибровки MEMS датчиков с шестью степенями свободы // Вестник РГРТУ. – 2013. – Вып. 43. – С. 49-54.

English

### Calibration of numeral triaxial MEMS accelerometers by six orthogonal positons

Ivan Sergeyevich Kholodov – Candidate of Engineering Associate Professor Department of Radio Systems «Ryazan state radio university».

E-mail: kholopov.i.s@rsreu.ru.

Address: 390005, Ryazan, Gagarin Str., 59/1.

*Abstract:* The article considers the algorithm of calibration of triaxial MEMS accelerometers with six fixed calibrating positions, in each of which the projection of acceleration vector of free fall on two axes of the sensor equals zero. Estimated during calibration parameters are fixed bias and scale factor for each sensitivity axis, three parameters determining mutual non orthogonality of the given axes as well as coefficients of linear thermal correction. Consideration of calibrating parameters by the given analytical expressions allows to diminish an alignment error (estimate of a roll and pitching) by horizon in small-size strap down Inertial navigators on MEMS sensors. The idea of an algorithm is based on the solution of the redefined system of six linear algebraic equations for each axis of sensitivity of an accelerometer with the usage of a pseudoinverse array of Moore – Penrose. The received pseudo-solution is optimal in terms of a minimum two - norms of an error vector as each of calibrating positions of projection value of free fall acceleration is measured with some inaccuracy. Analogous approach (solution of the redefined simultaneous equations) is also applied for estimation of coefficients of thermal compensation in the guess of linear character dependence of fixed bias value on the temperature then the fixed bias vector is corrected. Calibration by the given algorithm was done on a triaxial turn-table with a step of an angle setting 0,01 °, set by a C-horizon with the usage of water level. The results of an experiment with MEMS MPU-9150 sensors from InvenSense and ADXL345 Analog Devices calibrated following the proposed procedure demonstrated that consideration of calibrating parameters calculated according to the given algorithm ensures maximum alignment error by accelerometer signals no more than 0,8° in the range of roll change and pitching ±90°.

*Key words:* The MEMS accelerometer, the pseudo-solution, two - norm.

### References

1. Matveev V.V., Raspopov V.Ya. Basics of designing strapdown inertial navigators. - SPb.: GNTs of the Russian Federation of JSC «Concern of TsNII "Electropribor", 2009. - 280 p.
2. Li D., Landry R. Jr., Lavoie P. Low-cost MEMS sensor-based attitude determination system by integration of magnetometers and GPS: real-data test and performance evaluation//IEEE ION Plans 2008, Monterey, CA, USA, 2008. - P. 1190-1198.
3. Hung J.C., Thacher J.R., White H.V. Calibration of accelerometer triad of an IMU with drifting Z-accelerometer bias. - Proceedings of the IEEE Aerospace and Electronics Conference NAECON-1989. - Vol. 1. - Pp. 153-158.
4. Kong X. Inertial navigation system algorithms for low cost IMU. - Sydney, 2000. - 178 p.
5. Kian S.T., Awad M., Dehghani A., Zahedi S. Triaxial accelerometer static calibration. - Proceedings of the World Congress on Engineering. July 6-8, 2011, London, U.K. 2011. - Vol. III. - WCE 2011.
6. Artese G., Trecroci A. Calibration of a low cost MEMS INS sensor for an integrated navigation system//The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences. Vol. XXXVII. Part B5. - Beijing, 2008. - Pp. 877-882.
7. Beklemishev D.V. Additional chapters of the linear algebra. - M.: Science. Glavnaya redactsya phys-mat. literatury, 1983. - 336 p.
8. Popova I.V., Moiseyev N.V., Nekrasov Ya.A., Semenov A.A. Thermostatting of micromechanic inertial sensors. - Nano-and microsystemic engineering. - 2001. - № 5. - P. 22-24.
9. Dzhashitov V. E., Pankratov V. M. Mathematical models of a thermal drift of gyro transmitters of inertial systems. - SPb.: GNTs of the Russian Federation of TsNII "Electropribor", 2001. - 150 p.
10. Kholopov I.S. Algorithm of the simplified calibration of MEMS sensors with six degrees of freedom. - Vestnik RGPU. - 2013. - Vyp. 43. - P. 49-54.